

Desarrollo y aplicación de un modelo acoplado para el diseño y verificación de la estructura de la plataforma ATIR 2.0

Julio García-Espinosa, Universidad Politécnica de Madrid

Francisco Otero, Magallanes Renovables

Marta García, Magallanes Renovables

Javier Calderón Sánchez, Universidad Politécnica de Madrid

Borja Serván Camas, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería

RESUMEN

La tecnología ATIR desarrollada por Magallanes Renovables para la generación de energía a partir de corrientes de marea ha sido demostrada con éxito mediante las pruebas del prototipo a escala real (1.5 MW) en el sitio de pruebas de EMEC en Fall of Warness, cerca de la isla de Eday, en Escocia. Las pruebas se han desarrollado a lo largo de los últimos cinco años, desde que se conectó por primera vez a la red a través de los cables submarinos y la subestación terrestre de EMEC en marzo de 2019, comenzando a generar potencia poco después.

La tecnología en la que se basa ATIR aprovecha la experiencia de las industrias eólica y naval, combinando una plataforma flotante fondeada con un tren de potencia situado a 15 metros bajo el agua, donde dos turbinas contrarrotativas se encargan de extraer energía de las corrientes de marea.

Actualmente, esta tecnología se encuentra en proceso de transición hacia una fase comercial. La reciente adjudicación en subasta a Magallanes Renovables de una tarifa a largo plazo en Gran Bretaña, llevará a la puesta en marcha de los dos primeros parques flotantes de energía mareomotriz del mundo, basados en la tecnología ATIR.

Como parte de este proceso, se está desarrollando una segunda generación de esta tecnología, que se denomina ATIR 2.0. Entre otras actividades, se está llevado a cabo un trabajo de optimización de la estructura de la plataforma, y se ha desarrollado una primera fase del proceso de verificación cuyo objetivo final es lograr la certificación de tipo de ATIR 2.0. Debido a las interacciones entre las turbinas bajo el efecto de la corriente y la estructura flotante sometida a cargas irregulares de oleaje, la verificación de la estructura requiere aplicar un enfoque de Análisis Integrado de Cargas (ILA, por sus siglas en inglés). Este análisis busca evaluar dichas interacciones -en particular, el



comportamiento de la estructura en el mar, la dinámica estructural y la dinámica del fondeo- y garantizar que la estructura cumple con las bases de diseño.

La complejidad de este tipo de modelos integrados supone un importante desafío, por lo que, en la práctica habitual, el problema se aborda de manera aproximada, combinando modelos simplificados globales de elementos finitos para la evaluación de la resistencia estructural con modelos locales para evaluar la fatiga en puntos críticos, aplicando una aproximación cuasi-estática. Esta aproximación despreja efectos que pueden ser relevantes en estructuras flexibles en las que la elasticidad de la plataforma tiene una influencia significativa en la dinámica global del sistema.

Este trabajo se centra en las actividades realizadas dentro del proyecto "Desarrollo, diseño y plataforma de control de la plataforma española de energía marina renovable ATIR 2.0", financiado por el programa Misiones CDTI, y en concreto en las tareas de optimización y verificación de la resistencia estructural y a fatiga de la nueva estructura. Dentro de este proyecto se ha desarrollado un complejo modelo que puede analizar en el dominio del tiempo, y de manera acoplada los diferentes componentes que influyen en la dinámica del sistema (corrientes, oleaje, fondeo, dinámica de los rotores y respuesta estructural). Este enfoque se basa en un modelo de análisis de elementos finitos detallado de toda la estructura (con aproximadamente 3 millones de grados de libertad) y que cuenta con la resolución necesaria para evaluar con precisión los esfuerzos de fatiga en los diferentes detalles estructurales, así como para estimar el daño acumulado mediante un algoritmo de conteo de ciclos. Para hacer que el modelo sea lo suficientemente eficiente como para calcular series temporales largas en un número suficiente de condiciones de carga, se ha aplicado una técnica de reducción modal. Esta técnica permite acelerar significativamente los cálculos, manteniendo una precisión similar a la obtenida con el modelo de elementos finitos completo no reducido.

ABSTRACT

The ATIR technology developed by Magallanes Renovables for tidal current energy generation has been successfully demonstrated through testing of the full-scale prototype (1.5 MW) at EMEC's test site in Fall of Warness, near the island of Eday in Scotland. The tests have been carried out over the past five years, starting when the system was first connected to the grid via EMEC's subsea cables and onshore substation in March 2019, with power generation beginning shortly afterward.

The ATIR technology leverages expertise from the offshore wind and maritime industries, combining a moored floating platform with a powertrain located 15 meters underwater, where two counter-rotating turbines extract energy from tidal currents.

Currently, this technology is transitioning to a commercial phase. Magallanes Renovables has been awarded a long-term fixed-price contract in a British auction, enabling the commissioning of the world's first two floating tidal energy farms based on ATIR technology.

As part of this process, a second-generation technology, known as ATIR 2.0, is under development. Among other activities, the structural optimization of the platform is being carried out, and an initial phase of the verification process has been conducted, with the ultimate goal of achieving a type

approval. Due to the interactions between the underwater turbines subjected to current forces and the floating structure exposed to irregular wave loads, structural verification requires the application of an Integrated Load Analysis (ILA) approach. This analysis aims to assess these interactions - particularly the structure's behavior at sea, structural dynamics, and mooring dynamics-and ensure the structure meets the design basis.

The complexity of these integrated models presents a significant challenge. Consequently, the problem is typically addressed in a simplified manner by combining global finite element models for structural strength assessment with local models for fatigue evaluation at critical points, using a quasi-static approach. This simplification overlooks effects that may be significant in flexible structures where platform elasticity influences the overall system dynamics.

This work focuses on the activities conducted under the project "Development, Design, and Control Platform for the Spanish Renewable Marine Energy Platform ATIR 2.0," funded by the CDTI Misiones program, specifically on the optimization and structural strength and fatigue assessment of the new structure. Within this project, a complex time-domain coupled model has been developed and is being used to verify the structural strength and fatigue resistance of the platform. This approach is based on a detailed finite element analysis model of the entire structure (comprising approximately 3 million degrees of freedom), providing the resolution required to accurately evaluate fatigue stresses in various structural details and estimate accumulated damage using a cycle-counting algorithm. To make the model efficient enough to simulate long time-series for a sufficient number of load conditions, a modal reduction technique has been applied. This technique significantly accelerates computations while maintaining accuracy comparable to that of the unreduced full finite element model.

1. INTRODUCCIÓN

La tecnología ATIR, desarrollada por Magallanes Renovables, representa una solución innovadora y eficiente para la generación de energía a partir de corrientes de marea. Su diseño combina una plataforma flotante fondeada con un tren de potencia sumergido a 15 metros, donde dos turbinas contrarrotativas capturan la energía de las corrientes marinas con máxima eficiencia. La solución ATIR ha sido demostrada con éxito mediante las pruebas de un prototipo a escala real (1.5 MW) en el sitio de pruebas del Centro Europeo de Energía Marina (EMEC) en Fall of Warness, cerca de la isla de Eday, en Escocia. Las pruebas se han desarrollado a lo largo de los últimos cinco años, desde que se conectó por primera vez a la red a través de los cables submarinos y la subestación terrestre de EMEC en marzo de 2019, comenzando a generar potencia poco después.

Actualmente, esta tecnología se encuentra en proceso de transición hacia una fase comercial. La adjudicación en subasta a Magallanes Renovables de una tarifa a largo plazo en Gran Bretaña, llevará a la puesta en marcha de los dos primeros parques flotantes de energía mareomotriz del mundo, basados en la tecnología ATIR. Como parte de este proceso, se está desarrollando una segunda generación de esta tecnología, que se denomina ATIR 2.0. Entre otras actividades, se está llevando a cabo un trabajo de optimización y verificación de la estructura de la plataforma, con el objetivo de mejorar su constructibilidad y comportamiento. Debido a las interacciones entre las turbinas bajo el efecto de la corriente y la estructura flotante sometida a cargas irregulares de oleaje, la verificación de la estructura requiere aplicar un enfoque de Análisis Integrado de Cargas (ILA, por sus siglas en inglés). Este análisis busca evaluar dichas interacciones -en particular, el comportamiento de la estructura en el mar, la dinámica estructural y la dinámica del fondeo- y garantizar que la estructura cumple con las bases de diseño.

La complejidad de este tipo de modelos integrados implica que, en la práctica habitual, el problema se aborde de manera aproximada, combinando modelos simplificados globales de elementos finitos para la evaluación de la resistencia estructural con modelos locales para analizar la fatiga en puntos críticos, aplicando una aproximación cuasi estática. Sin embargo, esta metodología ignora efectos que pueden ser relevantes en estructuras flexibles, donde la elasticidad de la plataforma influye significativamente en la dinámica global del sistema. En efecto, en este tipo de estructuras, la elasticidad de la plataforma juega un papel crucial, ya que la tendencia a minimizar el peso -y, por tanto, el coste- conduce al diseño de estructuras muy flexibles, lo que refuerza la necesidad de enfoques más precisos para su análisis. Por ello, el análisis acoplado de los distintos efectos que afectan la dinámica del sistema es fundamental.

Este trabajo se centra en las actividades realizadas dentro del proyecto "Desarrollo, diseño y plataforma de control de la plataforma española de energía marina renovable ATIR 2.0", financiado por el programa Misiones CDTI, y en concreto en las tareas de optimización y verificación de la resistencia estructural y a fatiga de la nueva estructura.

Dentro de este proyecto se ha desarrollado un complejo modelo que puede analizar en el dominio del tiempo, y de manera acoplada los diferentes componentes que influyen en la dinámica del sistema

(corrientes, oleaje, fondeo, dinámica de los rotores y respuesta estructural). Este enfoque se basa en un modelo de análisis de elementos finitos detallado de toda la estructura y que cuenta con la resolución necesaria para evaluar con precisión los esfuerzos en puntos críticos de diferentes detalles estructurales, así como para estimar el daño acumulado por fatiga mediante un algoritmo de conteo de ciclos. Los requerimientos de diseño se han basado en la especificación técnica IEC TS 62600-2 [1].

Para hacer que el modelo sea lo suficientemente eficiente como para calcular series temporales largas en un número suficiente de condiciones de carga, se ha aplicado una técnica de reducción modal. Esta técnica permite acelerar significativamente los cálculos, manteniendo una precisión similar a la obtenida con el modelo de elementos finitos no reducido.

La metodología de análisis, basada en el modelo acoplado descrito, ha sido aceptada por Bureau Veritas para la verificación de la resistencia estructural y a fatiga de la estructura. Se espera que el proceso de optimización y verificación estructural descrito en este trabajo culmine en breve con la certificación de tipo de la plataforma ATIR 2.0.

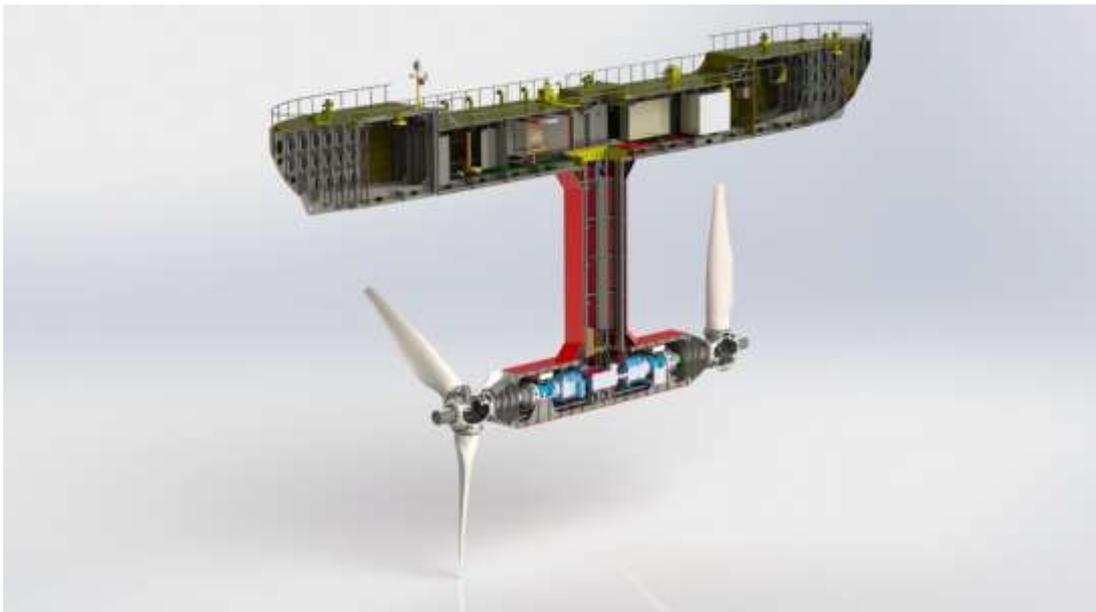


Figura 1. Vista general de la plataforma ATIR 2.0.

2. LA PLATAFORMA ATIR 2.0

Como se ha mencionado anteriormente, ATIR 2.0 es la evolución de la primera generación del convertidor de energía de mareas de Magallanes Renovables; una plataforma flotante de energía de mareas, cuyo primer prototipo a escala real, ATIR 1.0, fue desplegado en el sitio de pruebas de EMEC en 2019. Ese mismo año se conectó a red y empezó a generar con éxito energía renovable a partir de las corrientes marinas, validando todo el sistema en el sitio de pruebas de EMEC, en el marco del proyecto OCEAN_2G (Fast Track to Innovation Pilot, Grant agreement ID: 730628). Tras

un ciclo completo de mantenimiento en Edimburgo durante 2020, el prototipo regresó al emplazamiento en 2021 y ha acumulado miles de horas de experiencia operativa hasta 2024.

ATIR 2.0 incorpora diferentes mejoras, con el objetivo de facilitar su implementación a gran escala. Gracias a sus rotores de alta potencia, ATIR 2.0 ofrecerá una potencia nominal combinada de 1.5 MW.

La plataforma está compuesta por 3 bloques: Cuerpo Superior, Mástil y Góndola. En la Figura 1 se presenta una vista de la plataforma. El Cuerpo Superior es la parte visible de la plataforma. Cuenta con los medios necesarios para el acceso seguro de los operadores a la plataforma. El Mástil es la continuación de la estructura del Cuerpo Superior, que funciona como el tronco estructural que conecta el Cuerpo Superior con la estructura de la Góndola. La estructura tiene una sección cuasi elíptica con extremos cónicos. Permite el paso del operador para llegar a la Góndola y también sirve como conducto para cables eléctricos y tuberías. La Góndola es la zona donde se alberga el equipo del tren de potencia. La estructura dentro de la Góndola está diseñada para soportar el equipo y proporcionar el espacio necesario para las operaciones de mantenimiento y desmontaje del equipo.

En la Tabla 1 se presentan las características principales de la plataforma ATIR 2.0.

Característica	Valor
Eslora total	53.60 m
Manga de trazado	7.00 m
Puntal de trazado	3.20 m
Calado de trazado	1.21 m

Tabla 1. Características principales de ATIR 2.0.

La concepción básica y el escantillonado inicial de la estructura de la plataforma ATIR 2.0 se ha basado en el diseño original de la plataforma ATIR 1.0 y en la norma BV NR 600 “Hull Structure and Arrangement for the Classification of Cargo Ships Less Than 65m and Non-Cargo Ships Less Than 90m” [2]. Aunque es evidente que el alcance de esta norma no incluye un dispositivo como ATIR 2.0, se ha considerado que es útil como punto de partida para obtener un primer diseño y escantillonado inicial. En el proceso de diseño de dispositivos de captación de energía oceánica, es habitual tratar de aprovechar la amplia experiencia en las industrias naval y offshore, adaptando sus metodologías de diseño y verificación. Sin embargo, los dispositivos de generación de energía oceánica difieren fundamentalmente de los barcos y plataformas oceánicas tradicionales en cuanto a configuración estructural, comportamiento dinámico y exposición ambiental. Las diversas cargas que actúan sobre estas plataformas afectan el rendimiento y la durabilidad de los componentes estructurales críticos, así como de los sistemas de fondeo y cables dinámicos.

En particular, la elasticidad de la plataforma juega un papel clave, ya que la necesidad de minimizar el peso y, en consecuencia, el coste da lugar a estructuras altamente flexibles. Además, la compleja interacción entre las cargas de oleaje y corriente y la respuesta estructural debe considerarse con precisión para lograr una optimización efectiva del diseño.

3. DESCRIPCIÓN DEL MODELO DE ANÁLISIS

Las razones discutidas en la sección anterior justifican la necesidad de desarrollar un modelo de análisis integrado de cargas (ILA, Integrated Load Analysis) con el que se puede analizar en el dominio del tiempo, y de manera fuertemente acoplada los diferentes componentes que influyen en la dinámica del sistema (corrientes, oleaje, fondeo, dinámica de los rotores y respuesta estructural). Los diferentes módulos considerados en la concepción de este modelo se presentan en la Figura 2.

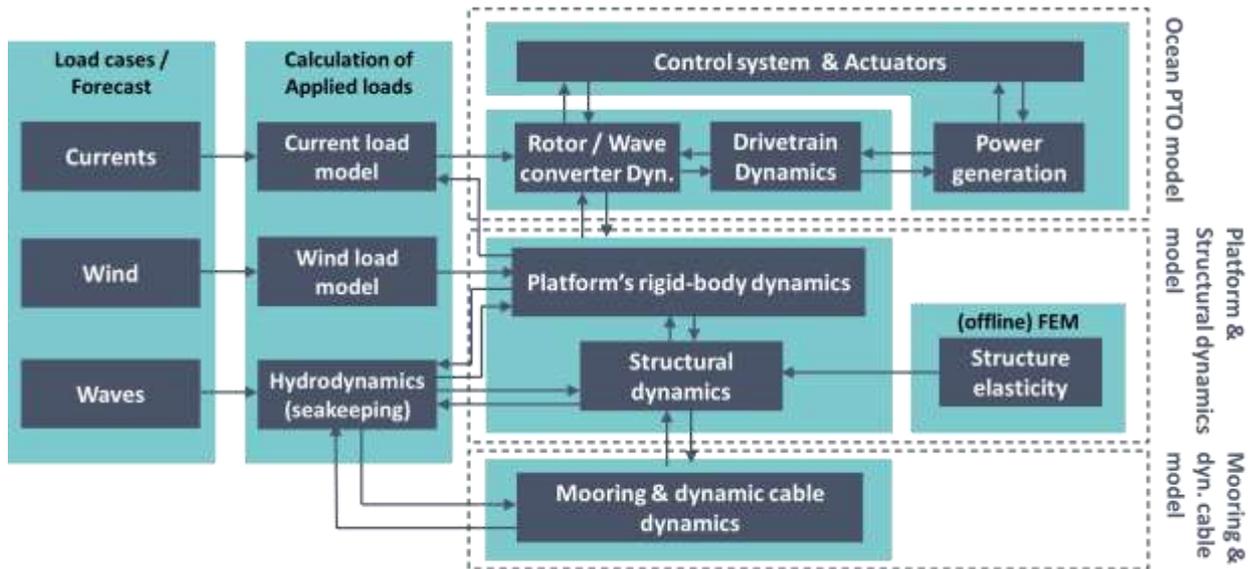


Figura 2. Concepción del modelo de análisis integrado de la plataforma ATIR 2.0

El módulo principal es un modelo de Elementos Finitos (EF) detallado de la estructura completa y que cuenta con la resolución necesaria para evaluar con precisión los esfuerzos en detalles estructurales críticos. Las características de este modelo se describen con detalle más adelante. Debido a la potencial importancia de los efectos de interacción fluido-estructura, se ha decidido utilizar un modelo acoplado hidro-elástico, basado en la metodología presentada en la referencia [3] e implementado dentro del software SeaFEM. La dinámica del fluido y el comportamiento en la mar de la plataforma se resuelve como un problema de difracción-radiación de olas en el dominio del tiempo, basado en el Método de Elementos Finitos (MEF) [4]. La dinámica de la estructura se resuelve utilizando el MEF y asumiendo que opera en el régimen lineal-elástico. El acoplamiento se realiza en la superficie mojada de la plataforma flotante, donde el solver de comportamiento en la mar envía los campos de presión al solver estructural, y este último devuelve los desplazamientos estructurales en la misma superficie. La variación temporal de los desplazamientos estructurales a lo largo de la dirección normal de la superficie se impone como una condición de contorno de velocidad normal en la superficie mojada (ver Figura 3). El uso de la misma técnica para integrar las ecuaciones en ambos dominios -el Método de Elementos Finitos- facilita enormemente la resolución de este problema acoplado.

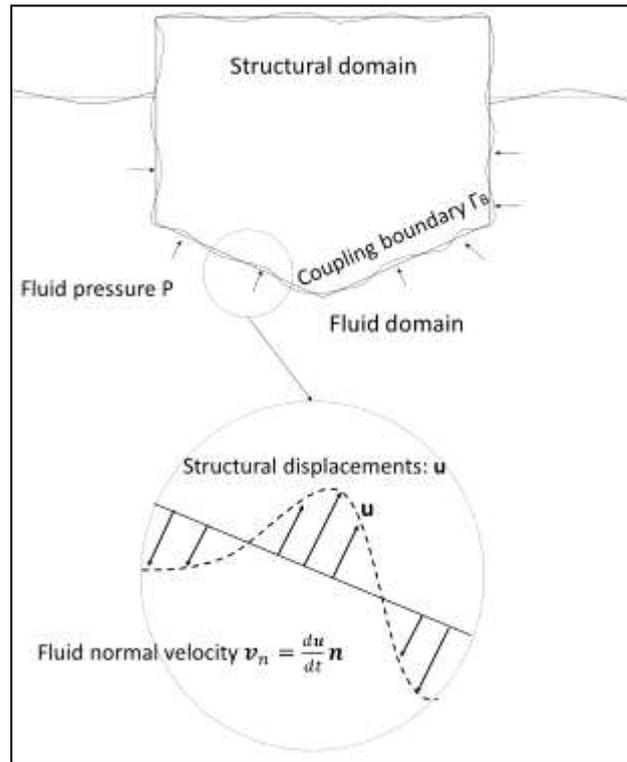


Figura 3. Acoplamiento fluido-estructura en la superficie mojada de la estructura.

Como se ha dicho anteriormente, el modelo de cálculo hidro-elástico ha sido implementado en el software SeaFEM [5]. El núcleo de SeaFEM [5,6,7,8,9,10,11,12,13] es una herramienta de comportamiento en el mar que resuelve el problema de difracción-radiación de ondas en el dominio temporal utilizando el Método de Elementos Finitos (FEM). SeaFEM ha sido desarrollado por la Unidad de Investigación Conjunta CIMNE-UPM, a la que pertenecen los autores de este trabajo, en colaboración con la empresa Compass IS desde 2009.

El modelo de análisis integrado se ha completado con un fondeo lineal, basado en las matrices características de inercia, amortiguamiento y rigidez, y un modelo cuasiestático del rotor, basado en curvas de empuje y par en diferentes condiciones de operación. Debido al ajustado plazo del proyecto, se ha decidido asumir la limitación de no considerar los efectos de la dinámica del sistema de generación de potencia. Se espera mejorar este enfoque en el futuro.

Los requerimientos computacionales del modelo integrado presentado anteriormente son muy altos para la aplicación práctica que se plantea. Para salvar esta inconveniente, se ha usado un método de reducción de orden del modelo, basado en la proyección de la solución estructural FEM sobre una base modal reducida (reducción del orden modal) y resolución del problema de dinámica estructural utilizando una estrategia de superposición modal [14, 15]. Esta aproximación permite reducir drásticamente los tiempos de cálculo, a partir de la evaluación 'offline' de los modos propios de la estructura (tal y como se muestra en la Figura 2).

3.1. Método de reducción de la base modal

Como es bien sabido [14,15], el campo de desplazamientos, $uu(xx, t)$, de una estructura, puede expresarse sin pérdida de generalidad, a partir de los modos propios de la estructura, $AA = [aa_1, aa_2 \dots aa_n]$, como:

$$uu(xx, t) = \sum_{i=1}^{N_{FEM}} q_i(t) \cdot aa_i(xx) \quad (1)$$

Donde $qq = [q_{ii}]$ es el vector de amplitudes modales que se obtiene resolviendo la siguiente ecuación diagonal, que gobierna la dinámica de la estructura en la base modal:

$$\ddot{q}_i + c_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = f_i(t) \quad (2)$$

Es importante resaltar que, hasta el momento, no hemos introducido ninguna simplificación en el problema de la dinámica estructural. La aproximación presentada, denominada de superposición modal, es equivalente al problema original, y ya permite un ahorro en el tiempo de computación del problema dinámico, a cambio de la resolución previa de las ecuaciones de vibración libre. La técnica de reducción de matriz modal se basa en aproximar la solución completa con un número limitado de modos (aquellos de menor frecuencia). Para garantizar que la selección de esos modos es suficiente para aproximar con gran precisión la solución completa se suele usar el criterio de que la mayor de las frecuencias de esos modos, ω_{mmmmmm} , supere suficientemente la mayor de las frecuencias de excitación, Ω_{mmmmmm} [15]:

$$\omega_{mmmmmm} \geq 4 \cdot \Omega_{mmmmmm} \quad (3)$$

Cumplir este requisito lleva en muchos casos, a trabajar con varios cientos o incluso varios miles de modos, pero permite resolver con mucha precisión la respuesta dinámica de la estructura. Para garantizar la mayor la precisión del método en la evaluación de esfuerzos en detalles estructurales, se descompondrá la solución MEF en la respuesta debida a las cargas estáticas (que se resuelve con la aproximación clásica del MEF) y la solución dinámica, que se resuelve con la ecuación (2).

3.2. Elemento triangular con ‘drilling rotations’

Debido a la complejidad del modelo geométrico, el uso de elementos cuadriláteros para el análisis MEF da inevitablemente como resultado una malla de baja calidad, debido a la presencia de elementos con una relación de aspecto muy alta en muchas zonas. Por ello, se utilizará una malla de elementos triangulares en su lugar. El modelo de lámina triangular que se utilizará es el denominado ‘*triangle with drilling rotations*’, basado en el método corrotacional desarrollado por Felippa y Haguen y presentado en la referencia [16].

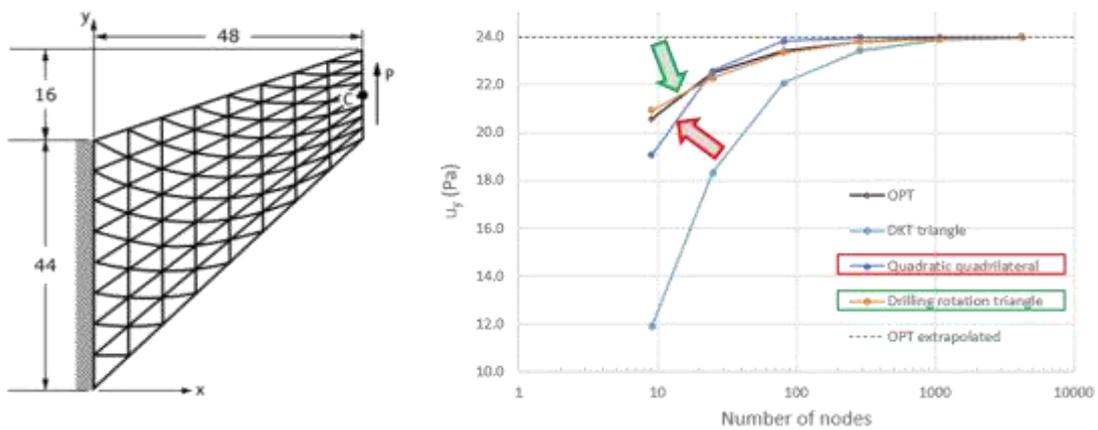


Figura 4. Caso de validación del Cook's cantilever benchmark (referencia: SeaFEM-RamSeries validation book).

El referido elemento en un modelo de lámina corrotacional de 3 nodos con tres traslaciones y tres rotaciones por nodo, el cual se obtiene mediante la combinación de un elemento de membrana y un elemento de placa. El elemento de membrana está basado en el elemento triangular óptimo con rotación de perforación desarrollado por Felippa en la referencia [17], mientras que el elemento de placa se basa en el clásico elemento discreto de Kirchhoff triangular (DKT) introducido por primera vez en la referencia [18]. Este elemento ha mostrado un mejor rendimiento que el elemento cuadrilátero bilineal estándar, comúnmente utilizado en aplicaciones marinas [17]. A modo de ejemplo, se muestran dos casos de validación en las Figura 4 y Figura 5, comparando la convergencia del elemento cuadrilátero lineal con el triángulo con 'drilling rotations'.

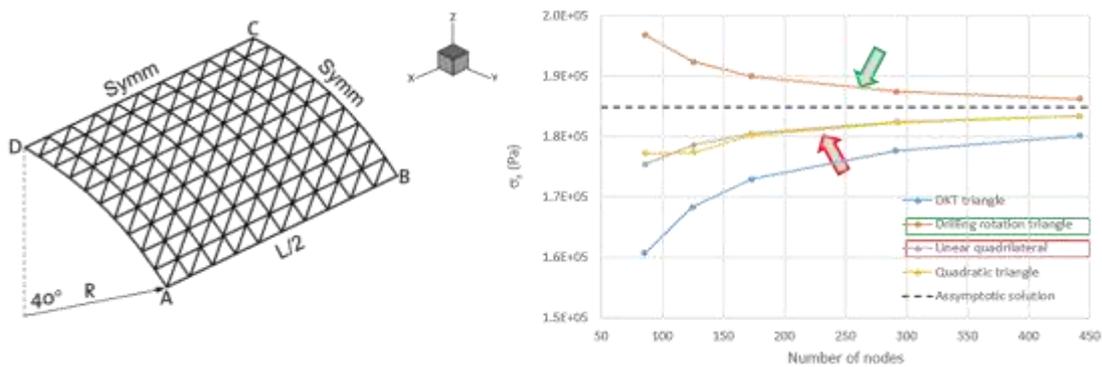


Figura 5. Scordelis-Lo roof benchmark (referencia: SeaFEM-RamSeries validation book).

3.3. Evaluación del daño por fatiga

Según la metodología presentada anteriormente, los diferentes análisis de la respuesta estructural se han realizado utilizando un modelo 3D hidroelástico de elementos finitos (FEM) en el dominio del tiempo, basado en la técnica de reducción de la base modal. Esta técnica permite evaluar la



respuesta de la estructura completa en largas series temporales, haciendo posible un preciso análisis de fatiga en el dominio del tiempo.

Los cálculos de fatiga se han llevado a cabo en varios puntos críticos seleccionados en las áreas de conexión entre el cuerpo superior y el mástil, entre el mástil y la góndola, en los polines del tren de potencia principal, y en los puntos de unión del sistema de fondeo con el casco. El procedimiento para la evaluación de daño por fatiga en esos puntos críticos se ha basado, en la medida de lo posible, en las directrices de la guía 'BV NI 611 Guidelines for Fatigue Assessment of Ships and Offshore Units' [19]. Para ello, se han tomado puntos de lectura de los esfuerzos, para el cálculo del daño por fatiga, en el centro de los elementos unidos a las soldaduras analizadas.

En concreto, el procedimiento empleado para la evaluación del daño por fatiga se basa en la regla de Palmgren-Miner, donde los ciclos de carga-descarga se calculan mediante un algoritmo de conteo de ciclos. Los métodos de conteo de ciclos, combinados con simulaciones de larga duración en el dominio del tiempo, se consideran los más precisos para determinar el daño por fatiga [20]. El método de conteo de ciclo que se ha usado se basa en las recomendaciones del documento de la ASTM 'Standard Practices for Cycle Counting in Fatigue Analysis' [21].

Los métodos de conteo de ciclos están concebidos para contar las variaciones de carga de acuerdo con la historia de tensión del material, de manera que se cuenta un ciclo cada vez que se cierra un ciclo de histéresis (carga-descarga) [22].

A continuación, se presenta el método conteo de ciclos utilizado, tal y como se describe en [21]. Como paso previo al inicio del algoritmo, se requiere dar estos pasos previos:

- Filtrar la historia de tensiones, para conservar sólo una lista de los puntos máximos o mínimos locales. En este proceso, se suele incluir un filtrado, para eliminar aquellos máximos o mínimos espurios (en los que la diferencia entre el máximo y el mínimo no supera una tolerancia).
- Discretizar la distribución de valores de las tensiones. Para ello se define una unidad de referencia, por ejemplo, si el valor máximo o mínimo absoluto de la lista es $\sigma_{\text{máximo}}$, se puede tomar como unidad de referencia $\sigma_{\text{unidad}} = \sigma_{\text{máximo}} / m_{\text{rango}}$, donde m_{rango} es un número entero que define el número de intervalos de la discretización. De esta manera, definimos m_{rango} rangos de tensiones $[\sigma_{ii}, \sigma_{ii+1}]$, con $\sigma_{ii} = ii \cdot \sigma_{\text{unidad}}$, $ii = 0, m_{\text{rango}}$.

El algoritmo de conteo de ciclos es como sigue:

1. Seleccionar el siguiente punto de la lista de máximos y mínimos. Si no hay más datos ir al punto 6).
2. Si hay menos de tres puntos seleccionados, ir a 1). En otro caso, tenemos tres puntos sucesivos (A, B, C) de la lista de máximos y mínimos, que definen dos variaciones consecutivas $\Delta\sigma_{YY} = |\sigma_{AA} - \sigma_{BB}|$, and $\Delta\sigma_{XX} = |\sigma_{BB} - \sigma_{CC}|$.

3. Si $\Delta\sigma_{xx} < \Delta\sigma_{yy}$ ir al punto 1), en otro caso continuar con 4).
4. Si $\Delta\sigma_{yy}$ contiene el punto inicial de la lista de máximos y mínimos, ir a 5). En otro caso, contar el rango AB como un ciclo, eliminar los puntos AB de la lista y de la selección, e ir a 2).
5. Contar el rango AB como medio ciclo, eliminar el punto A de la lista y de la selección, e ir a 2).
6. Contar cualquier rango que no haya sido contado previamente, como medio ciclo.

Para cada tipo de detalle estructural, el esfuerzo que se utilizará para el análisis de fatiga se deriva de los valores de tensión obtenidos a partir del modelo FEM de la siguiente manera:

$$\sigma = ff \cdot \sigma_{f_{SS}} \quad (4)$$

Donde ff es un factor de corrección y $\sigma_{f_{SS}}$ se obtiene a partir de la lectura del valor, σ_{TTTT} , en un punto cercano al punto crítico (hot spot), como sigue [19]:

$$\sigma_{f_{SS}} = 1.12 \cdot \sigma_{TTTT} \quad (5)$$

En nuestro caso, σ_{TTTT} se ha evaluado como el valor del máximo (en valor absoluto) de las tensiones principales en el punto de lectura.

Es importante recordad que, para garantizar la mayor precisión de los resultados del modelo reducido, el cálculo de la historia de tensiones se obtiene a partir de cálculos de larga duración en el dominio del tiempo utilizando un algoritmo fuertemente acoplado basado en el modelo de análisis integrado presentado anteriormente.



Figura 6. Vista general de la geometría del modelo MEF de la plataforma ATIR 2.0.

4. MODELO MEF PARA CÁLCULO ESTRUCTURAL

Como ya se ha indicado, el cálculo estructural se hace a partir de un modelo de Elementos Finitos (EF) de la estructura completa de la plataforma ATIR 2.0. La geometría generada para este modelo se presente en la Figura 6.

El modelo de elementos finitos (FE) está basado en elementos tipo lámina triangulares con *'drilling rotations'*. También se han utilizado elementos tipo viga para modelar la inercia del bulbo en perfiles de tipo HP. Además, se han utilizado elementos sólidos, con baja rigidez, para modelar el agua en los tanques de lastre. Los elementos sólidos también se han utilizado para incluir la masa e inercia de los componentes principales del tren de potencia en el modelo.

La geometría del modelo FE incluye todos los detalles de la estructura, aunque se han aplicado ciertas simplificaciones, como la omisión de pequeños aligeramientos o detalles, considerando que las simplificaciones realizadas en la geometría del modelo no afecten a áreas críticas y, en concreto a los puntos donde se han de realizar los cálculos de fatiga.

Para generar la malla del modelo, se han hecho diferentes pruebas para garantizar que la discretización es adecuada para analizar con precisión la dinámica de la estructura. Se ha tenido especial cuidado en refinar suficientemente la malla en la cercanía de los puntos críticos para el cálculo del daño por fatiga. Esto ha dado como resultado una malla de 553 491 nodos, que suponen prácticamente 3 millones de grados de libertad. En la Figura 7 se presenta un *'zoom'* de la conexión entre el mástil y el cuerpo superior, donde se puede apreciar la densidad de la malla en las zonas identificadas para el cálculo de fatiga.

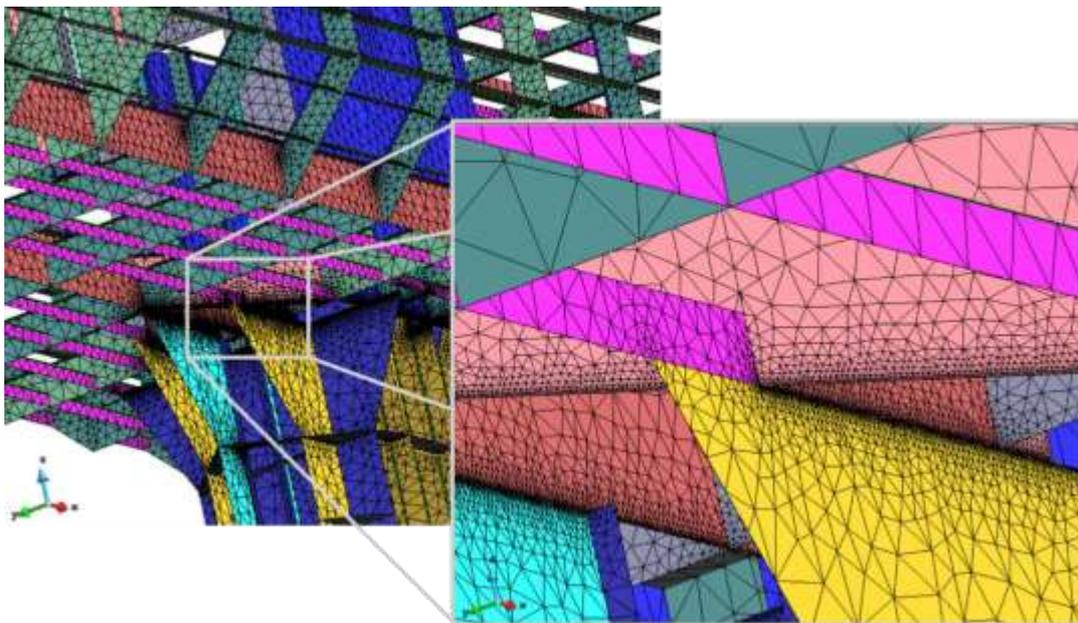


Figura 7. Zoom de la malla utilizada en la conexión entre el cuerpo superior y el mástil.

Los pesos e inercia correspondientes a los generadores, chumacera, reductora y buje se han asignado a elementos sólidos que representan aproximadamente el volumen de cada uno de esos elementos. El peso del buje se ha corregido para tener en cuenta el peso neto (menos el empuje) de las palas, despreciando su inercia. El peso del tubo de bocina se ha repartido sobre la superficie estructural que lo limita y el peso del eje se ha repartido entre los diferentes elementos del tren de potencia.

En cuanto al peso de las partidas de equipo, otra maquinaria y sistemas, se han repartido de manera uniforme sobre la parte de la estructura en la que está dispuesto, aumentando artificialmente la densidad del material. El peso de las partidas de suministro y distribución de energía eléctrica se ha aplicado aumentando la densidad del ala de las varengas de la zona que ocupan los espacios correspondientes.

Finalmente, se ha verificado que el desplazamiento y el centro de gravedad del modelo correspondan a los valores estimados para el peso en rosca de la plataforma. En cuanto al desplazamientos en las condiciones de operación, se ha comprobado que las diferencias no superan el 5%.

4.1. Análisis modal

En cuanto a la aplicación de la metodología integrada, basada en la técnica de reducción de la base modal, el primer paso es realizar un cálculo de los modos propios de la estructura. El resultado de este cálculo muestra que los 200 primeros modos de la estructura cubren el rango hasta 50 Hz. Teniendo en cuenta que, de acuerdo al análisis de los datos disponibles para el sitio de Fall of Warness, los periodos pico característicos del oleaje están entre 2.5 y 17.5 s (0.4 y 0.057 Hz), el rango de 0 a 50 Hz, se considera más que suficiente para representar la dinámica de la estructura con gran precisión.

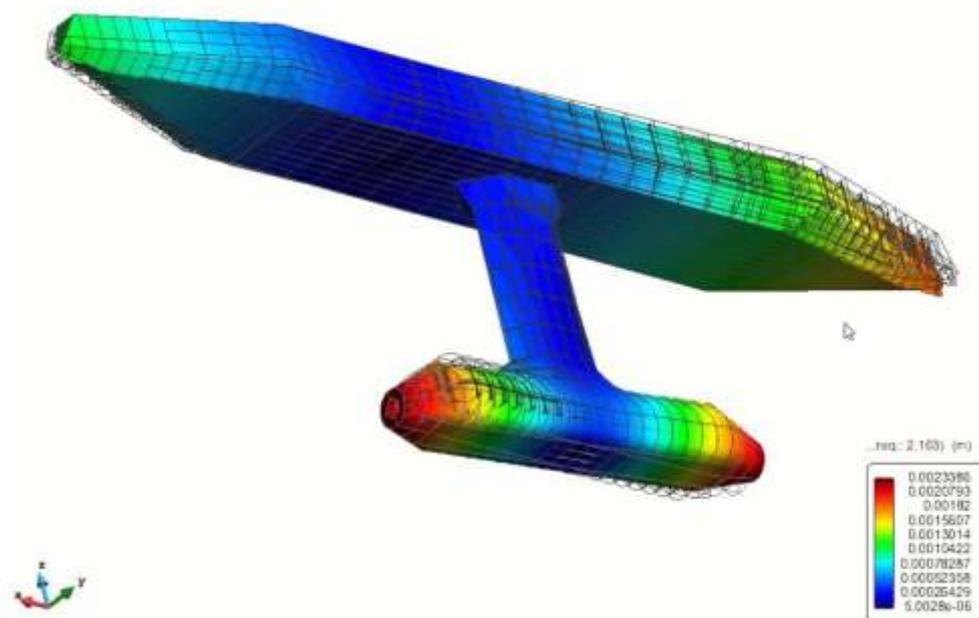


Figura 8. Modo de torsión de la estructura correspondiente a 2.16 Hz.

Este análisis modal previo, permite analizar la existencia de un posible problema de resonancia de la estructura con la frecuencia característica de giro de los rotores. El análisis de los modos de la estructura (en seco, es decir, sin tener en cuenta el efecto de radiación de olas) indica que los primeros modos están en 2.16 Hz (ver Figura 8) y 2.26 Hz (ver Figura 9), respectivamente.

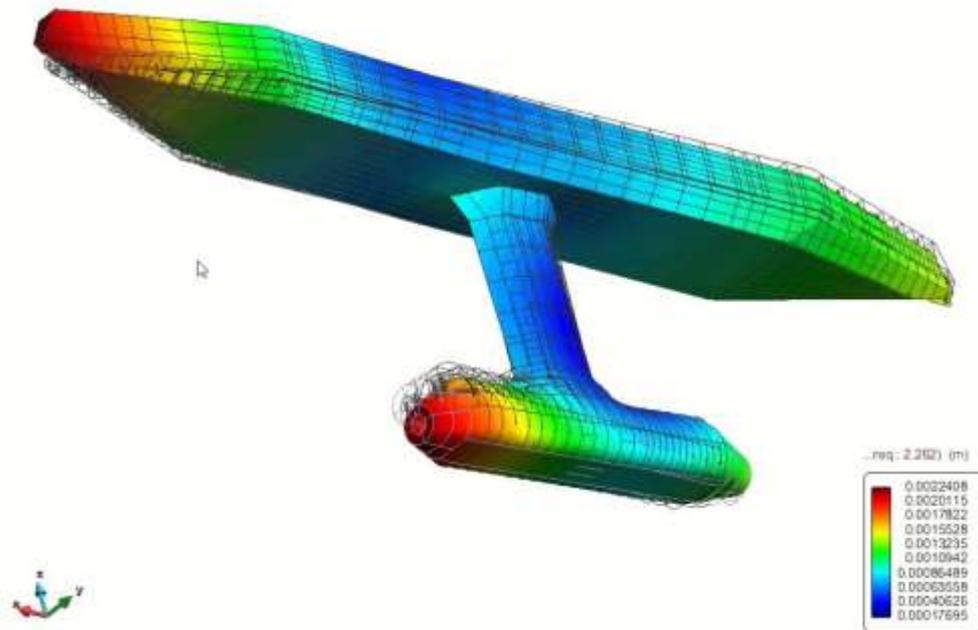


Figura 9. Modo de torsión/flexión de la estructura correspondiente a 2.26 Hz.

De acuerdo con la norma [1], para que el diseño sea aceptable, el margen entre las frecuencias naturales de la estructura y las frecuencias excitadoras del rango de velocidad operativa debe ser de al menos $\pm 20\%$. Este criterio se cumple sobradamente en este caso, por lo que, parece descartarse un problema en este sentido.

Es importante señalar que la metodología de análisis hidroelástico acoplado presentada anteriormente, permite calcular la dinámica modal 'en mojado', es decir, teniendo en cuenta el efecto de radiación. Esto permitiría analizar con gran precisión el efecto de una posible resonancia de la estructura con cualquier carga externa, determinar la amplitud de la respuesta y su amortiguamiento y, por lo tanto, evaluar su importancia. Aunque, como se ha justificado, este análisis de detalle no se considera necesario en este caso.

5. MODELO MEF PARA CÁLCULO DEL COMPORTAMIENTO EN LA MAR

El modelo estructural presentado en la sección anterior se completa con un modelo para el análisis del comportamiento en la mar de la plataforma. Para generar este modelo, se ha definido un dominio de análisis cilíndrico alrededor del buque de diámetro 246 m y con una profundidad de 40 m. En la Figura 10, se muestra este dominio de análisis, así como el sistema de referencia utilizado, que tiene

el origen en la cuaderna central de la plataforma y sobre el plano de flotación de referencia. Hay que señalar que la dirección de 0° del oleaje se toma en el sentido del eje x.

El dominio de análisis se ha dividido en dos volúmenes, teniendo el interior un diámetro de 82 m y una profundidad de 20 m. Esta división permite definir una mayor densidad de malla en el dominio cercano a la plataforma, mientras que el volumen exterior se utiliza para absorber las olas difractadas y radiadas.

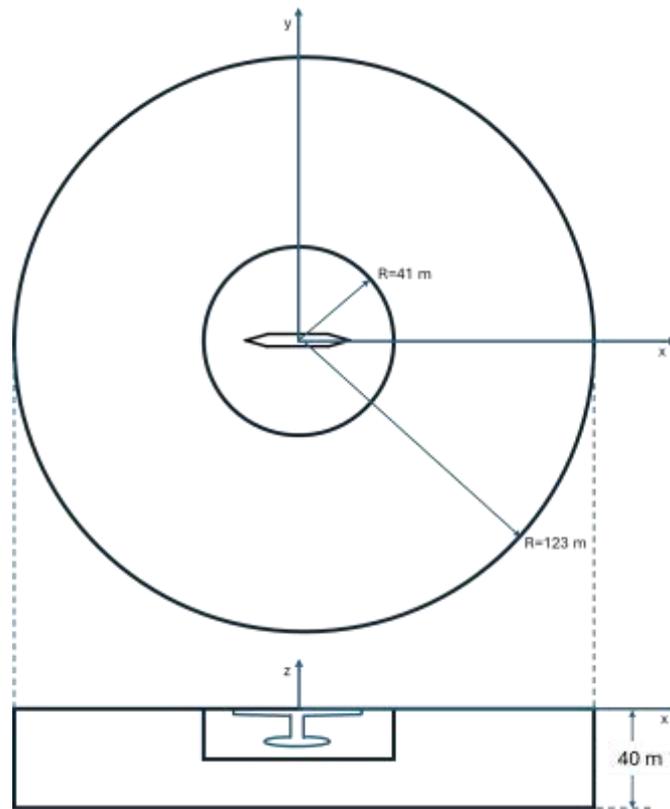


Figura 10. Dominio de análisis para el problema de comportamiento en la mar.

Se ha definido un tamaño máximo de 0.15 m para los elementos sobre el casco de la plataforma, de 0.75 m sobre la superficie libre del volumen interior, y de 2.5 m sobre la superficie libre del volumen exterior. El tamaño máximo de elemento es de 5 m. De esta forma, se ha obtenido una malla de análisis de 873,295 tetraedros. La Figura 11, muestra la malla de contorno sobre el dominio de análisis para el problema de comportamiento en la mar y una vista de detalle.

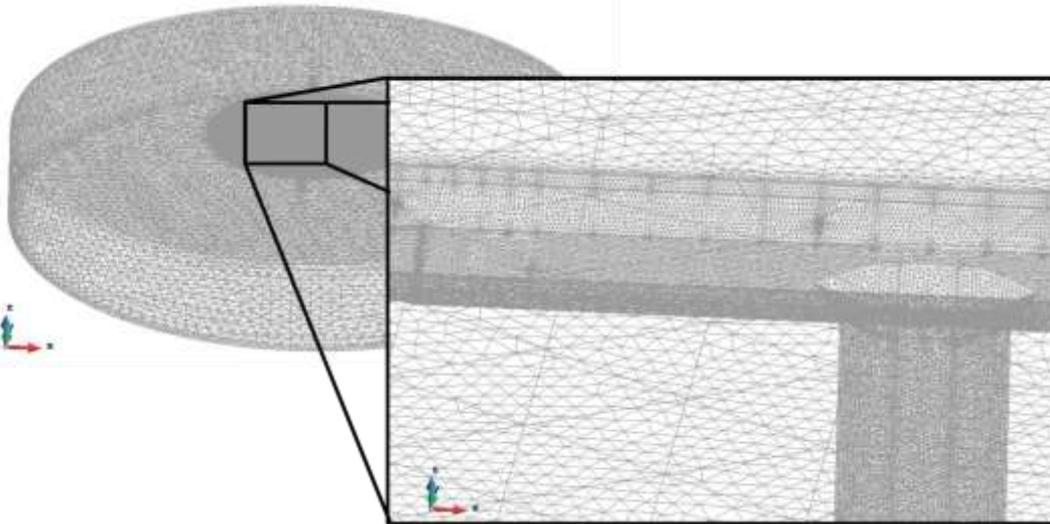


Figura 11. Malla de contorno sobre el dominio de análisis para el problema de comportamiento en la mar y detalle.

Las diferentes condiciones de olas se han definido con un espectro tipo JONSWAP con 60 olas monocromáticas lineales en cada dirección. La dispersión angular se ha discretizado en 6 direcciones. El modelo numérico ha utilizado un esquema de 'double body' para tener en cuenta el efecto de la corriente.

En todos los casos, la dinámica de la plataforma se ha analizado con los seis grados de libertad y se han utilizado los radios de giro obtenidos del modelo estructural. Al no disponer de información más precisa, se ha añadido un amortiguamiento del 5% del valor crítico para los movimientos de arfada, cabeceo y balance.

6. MODELO DEL ROTOR

Como ya se ha indicado, se ha utilizado un modelo cuasi estático del rotor, basado en curvas de empuje y par en función de la intensidad de la corriente. Para ello, se han usado los valores medios obtenidos en diversas simulaciones CFD del comportamiento del rotor. El empuje del rotor se aplica sobre una superficie que representa en cojinete de empuje de la chumacera, mientras que el par se aplica como una presión vertical uniforme en el soporte del polín de los generadores.

7. MODELO DE FONDEO

Se ha utilizado un modelo lineal de fondeo, que puede caracterizarse a partir de sus matrices de inercia, rigidez y amortiguamiento. Adicionalmente, se ha impuesto la pretensión de referencia como una fuerza estática. La fuerza y momentos que genera el fondeo se han aplicado sobre la superficie de contacto de los cáncamos de proa y popa. Para los cálculos realizados en este trabajo, se han despreciado los efectos de la inercia y rigidez del fondeo. Su rigidez se ha caracterizado a partir de diferentes cálculos realizados con un modelo OrcaFlex por la empresa responsable del diseño del

fondeo. Siendo el modelo de fondeo lineal, se ha ignorado el efecto de variación de su rigidez en función de la excursión de la plataforma.

8. ANÁLISIS

Para verificar la corrección del modelo estructural, se han llevado a cabo diferentes pruebas. Entre ellas, se han revisado con detalle los primeros 50 modos, para identificar potenciales comportamientos espurios locales que pudieran deberse a errores en el modelo. Una vez descartados esos problemas, se ha realizado un análisis estático de la estructura, sin considerar las cargas de empuje, ni el par generado por los rotores. Este análisis ha permitido comprobar que el modelo estructural estaba correctamente definido.

Como complemento al análisis estático preliminar de la estructura, también se han llevado a cabo diferentes pruebas para verificar la corrección del modelo de comportamiento en la mar, comprobando la estabilidad y equilibrio estático de la plataforma y que su dinámica como sólido rígido fuera la esperable.

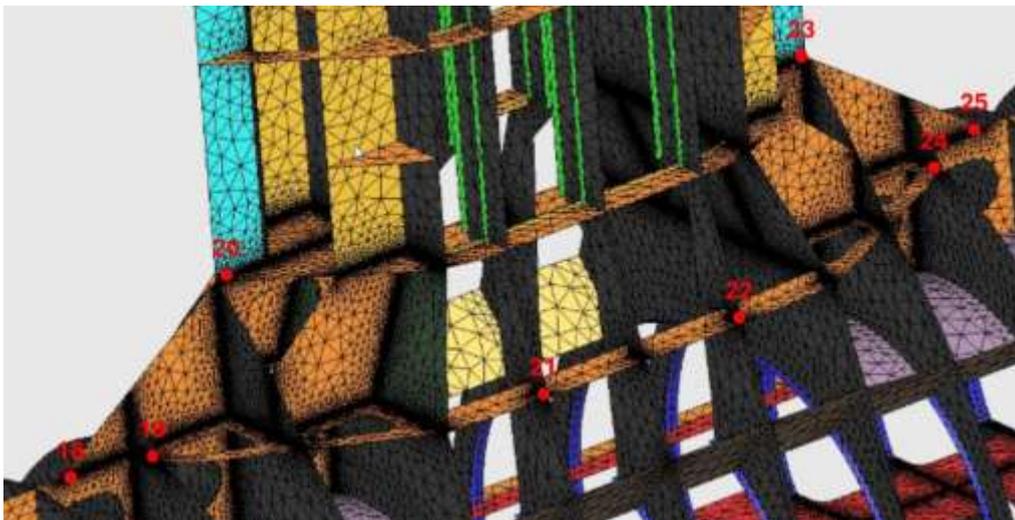


Figura 12. Identificación de los puntos para calcular el daño por fatiga en la unión entre el mástil y góndola (los puntos 26, 27, 28 y 29, están en una posición simétrica a los puntos 24, 22, 21, y 19, respectivamente).

Una vez comprobada la corrección del modelo integrado, se ha procedido a analizar diferentes condiciones. Como ya se ha indicado anteriormente, los requerimientos de diseño relativos a la estructura de la plataforma se han basado en la especificación técnica IEC TS 62600-2 [1]. En ese documento se define la combinación de estados límite últimos (ULS) y estados límite de fatiga (FLS), para la verificación de la estructura de un convertidor de energía de corrientes de marea. En este trabajo se presentan algunos resultados correspondientes a análisis de la condición DLC 1.1, que corresponde a una operación normal, y que comprende casos ULS con un factor de seguridad parcial de $\gamma_{\gamma_{ff}} = 1.35$, y casos FLS con un factor de seguridad parcial $\gamma_{\gamma_{ff}} = 1.0$. Estos análisis forman parte de una primera fase de revisión del diseño y dimensionamiento preliminar, dentro del proceso iterativo de optimización de la estructura de la plataforma. Como parte de este estudio, se ha hecho una estimación del daño por fatiga en 35 puntos de zonas identificadas como críticas en las áreas de

conexión entre el cuerpo superior y el mástil, entre el mástil y la góndola, en los polines del tren de potencia principal, y en los puntos de unión del sistema de fondeo con el casco. Como ejemplo, la Figura 12 presenta los puntos seleccionados para calcular el daño por fatiga en la unión entre el mástil y góndola.

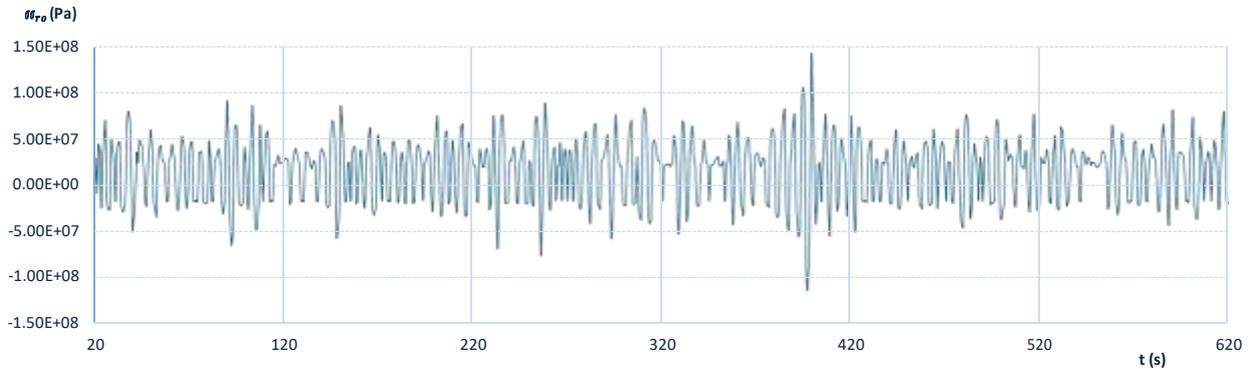


Figura 13. Variación de la tensión σ_{rrrr} en el punto de lectura 18 para el caso 1 de la DLC 1.1.

La Figura 13 muestra la historia de la tensión σ_{rrrr} , correspondiente al punto de lectura 18 para el caso 1 de la DLC 1.1, que corresponde a un oleaje $H_s = 1.8$ m, $T_p = 6.2$ s y una corriente media de 3 m/s (ambos en dirección 0°). En todos los casos, el oleaje se ha modelado con un espectro tipo JONSWAP. En la fase preliminar de revisión de la estructura, las realizaciones temporales se han hecho par periodos entre 10 y 30 min.

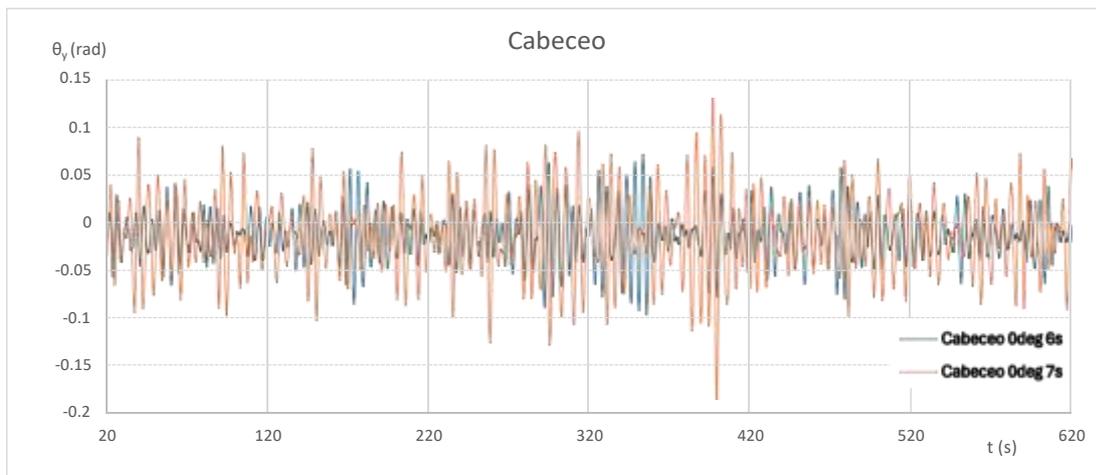


Figura 14. Movimiento de cabeceo para los casos 1 y 2 de la DLC 1.1.

En las Figura 15 y Figura 15 se presenta la historia movimientos de cabeceo y arfada para los casos 1 y 2 de la DLC 1.1, correspondientes a un oleaje $H_s = 1.8$ m, $T_p = 6.2$ s y $H_s = 2.7$ m, $T_p = 7.6$ s, respectivamente, ambos con una intensidad de corriente media de 3 m/s. En estos casos, corriente y oleaje están orientados en la dirección 0° .

Por su parte, en la Figura 16, se muestran diferentes instantáneas de los resultados de la dinámica en olas del dispositivo, correspondientes al caso 1.

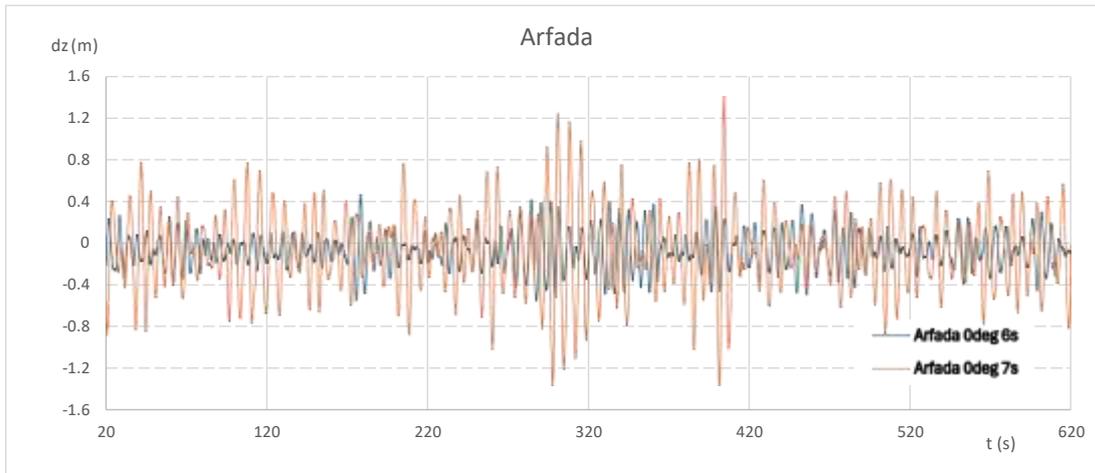


Figura 15. Movimiento de arfada para los casos 1 y 2 de la DLC 1.1.

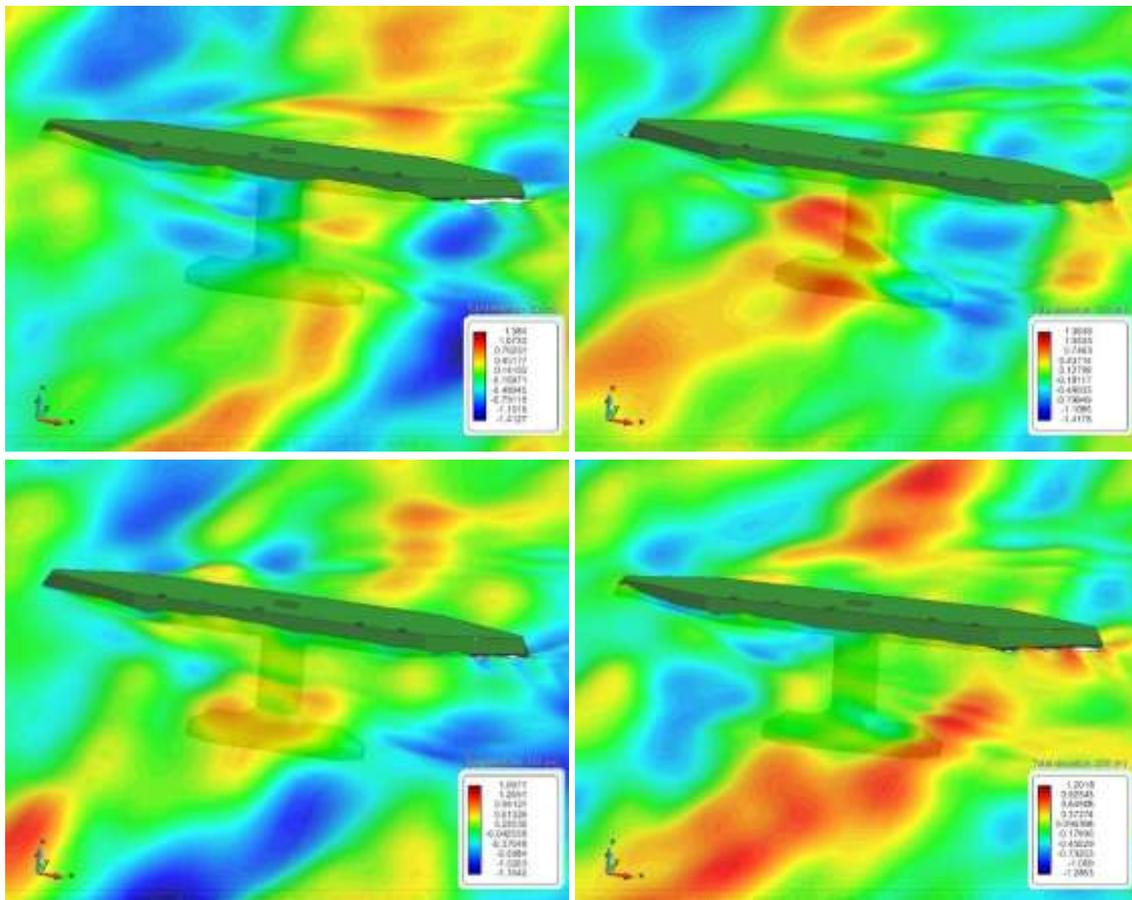


Figura 16. Diferentes instantáneas (50, 100, 150 y 200 s) de los resultados de la dinámica en olas del dispositivo ATIR II en el caso 1 (0deg_6s) de la DLC 1.1.

Por su parte, en la Figura 17 se presentan imágenes correspondientes a los mismos instantes de la deformación de la estructura (amplificada 50 veces). Como puede observarse, la flexión del cuerpo

superior, tanto debida al efecto del par que provoca el empuje de los rotores, como las cargas del oleaje, es el fenómeno más relevante.

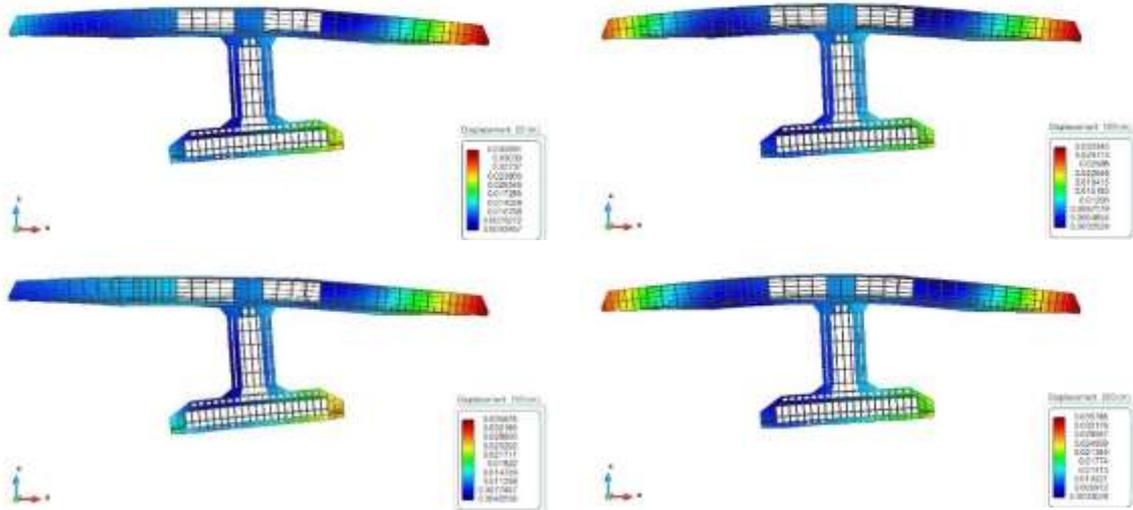
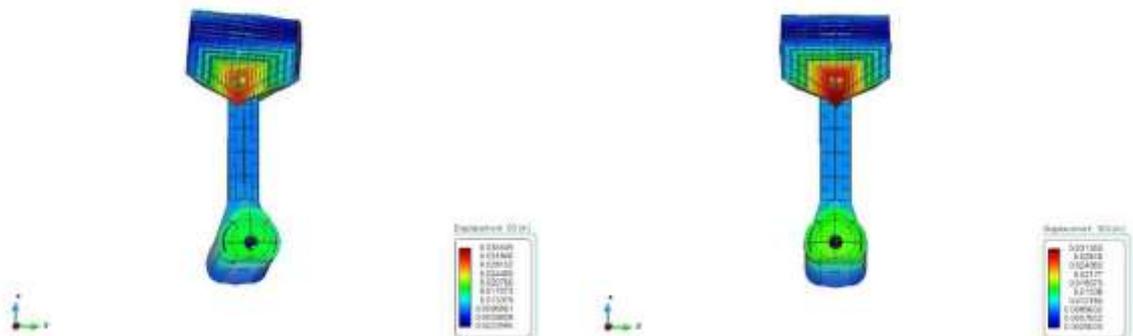


Figura 17. Diferentes instantáneas (50, 100, 150 y 200 s) de los resultados de la deformación de la estructura (amplificada 50 veces) en el caso 2 (0deg_7s) de la DLC 1.1.

Si analizamos los resultados del caso 5 de la DLC 1.1, que se presentan en la Figura 18, en el que hay 90° de desviación entre corriente y un oleaje. El oleaje está definido por $H_s = 1.3$ m, $T_p = 5.3$ s y la corriente media es de 3 m/s. La referida figura muestra diferentes instantáneas de los resultados de la deformación de la estructura (amplificada 50 veces) en una vista frontal, donde se observa como la torsión del mástil comienza a ser relevante, al estar excitada por el oleaje de costado.



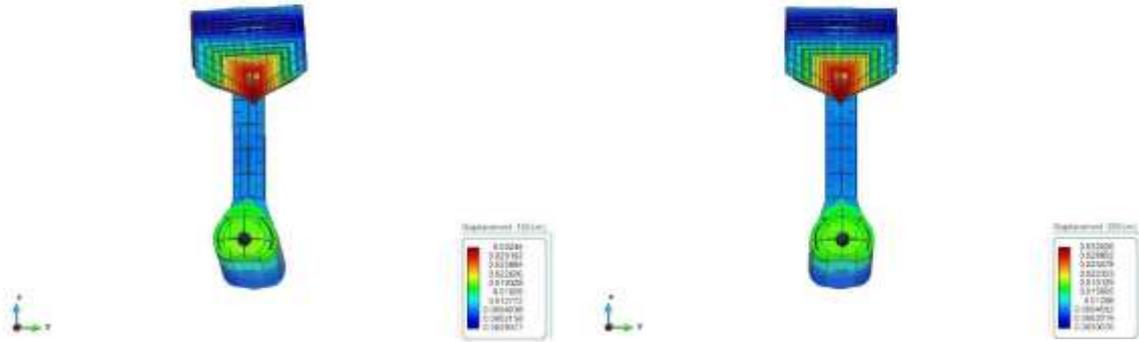


Figura 18. Diferentes instantáneas (50, 100, 150 y 200 s) de los resultados de la deformación de la estructura (vista frontal ampliada 100 veces) en el caso 5 (90deg_5s) de la DLC 1.1.

Finalmente, la Figura 19 muestra el resultado del cálculo de daño de fatiga en un escenario concreto para los puntos críticos analizados. Por razones de confidencialidad, el escenario ha sido creado artificialmente para este artículo y no corresponde con ninguno de analizados en el estudio real.

	Punto	Elemento	Daño Tr Top	Daño TrBottom	Daño Tc
Cáncamo	1	1887476	1.868E-09	4.560E-10	0.0000
	2	1886467	2.060E-09	5.645E-10	0.0000
	3	2007843	4.775E-04	3.376E-05	0.0688
Cuerpo superior-mástil	4	1642450	8.860E-04	6.337E-03	0.9126
	5	1318873	3.695E-05	4.934E-04	0.0711
	6	1641096	6.343E-03	6.500E-04	0.9135
	7	1674046	1.105E-05	1.104E-05	0.0016
	8	1678396	4.323E-10	2.709E-07	0.0000
	9	1640052	2.074E-09	6.685E-13	0.0000
	10	1279794	4.539E-04	4.433E-04	0.0654
	11	1645749	4.469E-04	4.404E-04	0.0644
	12	1273467	1.269E-12	9.719E-10	0.0000
	13	1639096	2.651E-04	9.136E-05	0.0382
Mástil-góndola	14	1669323	5.878E-08	8.527E-06	0.0012
	15	1665127	6.867E-06	3.956E-08	0.0010
	16	1638298	6.459E-05	2.159E-04	0.0311
	17	1279267	3.007E-03	3.050E-03	0.4397
	18	1482101	3.336E-04	3.309E-04	0.0480
	19	1765901	2.954E-08	3.026E-06	0.0004
	20	1551734	1.506E-09	1.381E-07	0.0000
	21	1483643	1.241E-06	1.007E-08	0.0002
	22	1805724	1.108E-07	1.015E-09	0.0000
	23	1536758	2.160E-06	4.285E-07	0.0003
	24	1819168	1.212E-07	1.477E-06	0.0002
	25	1808670	2.378E-07	1.320E-07	0.0000
Polines	26	1820134	3.636E-06	3.714E-06	0.0005
	27	2015816	1.532E-07	2.701E-08	0.0000
	28	2014429	2.180E-09	1.418E-07	0.0000
	29	1768038	0.000E+00	4.524E-16	0.0000
	30	1225705	7.528E-14	1.558E-13	0.0000
	31	1225869	1.817E-09	6.744E-09	0.0000
	32	1536070	7.917E-09	1.475E-09	0.0000
	33	1966659	5.717E-14	1.920E-13	0.0000
	34	1966392	2.314E-07	4.507E-10	0.0000
	35	1579063	9.463E-08	4.541E-07	0.0001

Figura 19. Estimación del daño por fatiga en un escenario seleccionado.

9. DISCUSIÓN

Se ha presentado una innovadora metodología para el análisis de la estructura de la plataforma de generación de energía a partir de corrientes de marea ATIR 2.0, cuyo objetivo principal es respaldar el proceso de optimización estructural. Debido a las interacciones entre las turbinas expuestas a la corriente y la estructura flotante sometida a cargas irregulares de oleaje, la verificación de la estructura requiere un enfoque de Análisis Integrado de Cargas.

Debido a la complejidad de este tipo de modelos, en la práctica habitual, el problema se aborda de manera aproximada, combinando modelos simplificados globales MEF para la evaluación de la resistencia estructural con modelos locales para evaluar la fatiga en puntos críticos, aplicando una aproximación cuasi estática. Sin embargo, esa aproximación desprecia efectos que pueden ser relevantes en estructuras flexibles en las que la elasticidad de la plataforma tiene una influencia significativa en la dinámica global del sistema.

Por ello, en este trabajo se ha abordado el problema con un enfoque novedoso basado en un modelo FEM detallado de la estructura ATIR 2.0, diseñado para analizar casos límite de carga y verificar la fatiga mediante una metodología de cálculo hidroelástico basada en el método de superposición de modos. Esta aproximación permite reducir drásticamente el tiempo de análisis sin comprometer la precisión de los cálculos. Como referencia, con el modelo empleado, la aceleración del análisis es aproximadamente 8 veces mayor en comparación con una solución FEM completa. No obstante, los tiempos de cálculo siguen siendo elevados: cada caso requiere unas 70 horas de procesamiento en una estación de trabajo con un AMD Ryzen Threadripper 3970X 3.70GHz utilizando 4 núcleos. Considerando que la verificación de la estructura en un proceso de certificación requiere evaluar más de 1.000 condiciones, este tiempo sigue siendo prohibitivo salvo para hacer un estudio parcial limitado a unas decenas de análisis. Para abordar esta limitación, la estrategia adoptada consiste en calcular los operadores de amplitud de respuesta modal a partir de análisis con ruido blanco para cada carga, utilizando el mismo modelo integrado desarrollado. Con esta información, el análisis de cada condición se reduce a solo unos minutos, lo que permite realizar cientos de simulaciones de larga duración en pocas horas.

El punto de partida de este trabajo ha sido un diseño preliminar de la estructura de la plataforma ATIR 2.0, desarrollado a partir del prototipo inicial ATIR y con un escantillonado preliminar basado en la normativa BV NR 600. Tras el análisis realizado, se han propuesto diversas modificaciones en el diseño para mejorar el comportamiento dinámico de la plataforma.

La metodología de análisis presentada, basada en el modelo integrado descrito, ha sido aceptada por Bureau Veritas para la verificación de la resistencia estructural y la fatiga de la estructura. Se espera que el proceso de optimización y verificación estructural descrito culmine con la certificación de tipo de la plataforma ATIR 2.0.

10. REFERENCIAS

- [1] IEC. Marine energy- Wave, tidal and water current converters. Part 2. Marine energy systems – Design requirements. Technical Specification 62600-2. 10/2019
- [2] BV NR 600. Hull Structure and Arrangement for the Classification of Cargo Ships Less Than 65m and Non-Cargo Ships Less Than 90m. Bureau Veritas Marine & Offshore. November 2022
- [3] B. Servan-Camas, D. Di-Capua, J. Garcia-Espinosa, D. Sa-Lopez, Fully 3D ship hydroelasticity: Monolithic versus partitioned strategies for tight coupling, *Marine Structures*, Volume 80, 2021, 103098, ISSN 0951-8339, <https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2021.103098>.
- [4] B. Serván-Camas, J. García-Espinosa, Accelerated 3D multi-body seakeeping simulations using unstructured finite elements, *Journal of Computational Physics*, Volume 252, 2013, Pages 382-403, ISSN 0021-9991, <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2013.06.023>.
- [5] Compass IS. SeaFEM Theory manual. accessed 8 March 2024. <https://www.compassis.com/en/tdyn/tdyn-seafem-support/>
- [6] B. Servan-Camas; J.E. Gutierrez-Romero; J. Garcia-Espinosa, A time-domain second-order FEM model for the wave diffraction-radiation problem. Validation with a semisubmersible platform. *Mar. Struct.* 2018, 58, 278–300.
- [7] J. García-Espinosa, D. Di Capua, B. Serván-Camas, P.A Ubach, E. Oñate, A FEM fluid–structure interaction algorithm for analysis of the seal dynamics of a Surface-Effect Ship, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 295, 2015, Pages 290-304, ISSN 0045-7825, <https://doi.org/10.1016/j.cma.2015.07.010>.
- [8] J. García-Espinosa; B. Serván-Camas, A non-linear finite element method on unstructured meshes for added resistance in waves. *Ships Offshore Struct.* 2019, 14, 153–164.
- [9] J. E. Gutiérrez-Romero, A. J. Lorente-López & B. Zamora-Parra (2020) Numerical analysis of fish farm behaviour in real operational conditions, *Ships and Offshore Structures*, 15:7, 737-752, DOI: 10.1080/17445302.2019.1671674
- [10] B. Serván-Camas, J.L. Cercós-Pita, J. Colom-Cobb, J. García-Espinosa, A. Souto-Iglesias, Time domain simulation of coupled sloshing–seakeeping problems by SPH–FEM coupling, *Ocean Engineering*, Volume 123, 2016, Pages 383-396, ISSN 0029-8018, <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2016.07.003>.
- [11] J. E. Gutiérrez-Romero, J. García-Espinosa, B. Serván-Camas, B. Zamora-Parra, Non-linear dynamic analysis of the response of moored floating structures, *Marine Structures*, Volume 49, 2016, Pages 116-137, ISSN 0951-8339, <https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2016.05.002>.
- [12] I. Berdugo-Parada; B. Servan-Camas; J. Garcia-Espinosa, Numerical Framework for the Coupled Analysis of Floating Offshore Multi-Wind Turbines. *J. Mar. Sci. Eng.* 2024, 12, 85. <https://doi.org/10.3390/jmse12010085>
- [13] J.E. Gutiérrez-Romero; J. Esteve-Pérez, Assessment of the Influence of Added Resistance on Ship Pollutant Emissions and Freight Throughput Using High-Fidelity Numerical Tools. *J. Mar. Sci. Eng.* 2022, 10, 88. <https://doi.org/10.3390/jmse10010088>

- [14] García-Espinosa, J.; Serván-Camas, B.; Calpe-Linares, M. High Fidelity Hydroelastic Analysis Using Modal Matrix Reduction. *J. Mar. Sci. Eng.* 2023, 11, 1168. <https://doi.org/10.3390/jmse11061168>
- [15] Bathe, K. J. *Finite Element Procedures*. K.J. Bathe, Watertown, MA. (2016)
- [16] Felippa C, Haugen B. A unified formulation of small-strain corotational finite elements: I. Theory. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2005;194:2285–335.
- [17] Felippa CA. A study of optimal membrane triangles with drilling freedoms. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2003;192:2125–68.
- [18] Dhatt G. An efficient triangular shell element. *AIAAJ* 1970;8:2100–2.
- [19] Bureau Veritas. *Guidelines for Fatigue Assessment of Ships and Offshore Units*. BV NI 611. Nov. 2020.
- [20] S. Mahéroul, Q. Derbanne and F. Bigot. Fatigue damage calculation of ULCS based on hydroelastic model for springing. *Ships and Offshore Structures*, 2013. Vol. 8, Nos. 3–4, 289–302, <http://dx.doi.org/10.1080/17445302.2012.750087>
- [21] ASTM E1049–85(2017). *Standard Practices for Cycle Counting in Fatigue Analysis*.
- [22] Amzallag, C., Gerey, J., Robert, J., and Bahuaud, J. (1994). Standardization of the rainflow counting method for fatigue analysis. *International Journal of Fatigue*, 16(4), 287–293. [doi:10.1016/0142-1123\(94\)90343-3](https://doi.org/10.1016/0142-1123(94)90343-3)