FEF. EXAM

E1

(a) Si que sería adecuado por ser LBB estable. Esto implica mayor estabilidad de la solución

(b) La estabilización GLS $H0$ sería adecuada ya que ~~si~~ $Q_2 Q_1$ son LBB estable y la solución es peor que aquella que utiliza elementos $Q_2 Q_1$

(c) Para la obtención de la presión y cumplir la condición LBB si el núcleo de G^T es cero. Si $H0$ se cumple esto tendremos una modelización de la presión falseada.

La presión dependerá de una constante aditiva ~~???~~

~~(d)~~

(d) Local problem

$$\begin{bmatrix} A_{uu} & A_{uq} \\ A_{uq}^T & A_{qq} \end{bmatrix}_e \cdot \begin{Bmatrix} u_e \\ q_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_u \\ f_q \end{Bmatrix}_e + \begin{bmatrix} A_{u\hat{u}} \\ A_{q\hat{u}} \end{bmatrix} \cdot \hat{u}_e$$

Global Problem

$$\sum_{i=1}^{nel} \left\{ \begin{bmatrix} A_{u\hat{u}}^T & A_{q\hat{u}}^T \end{bmatrix}_e \cdot \begin{Bmatrix} u_e \\ q_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{u\hat{u}} \end{bmatrix}_e \cdot \hat{u}_e \right\} = 0$$

E1

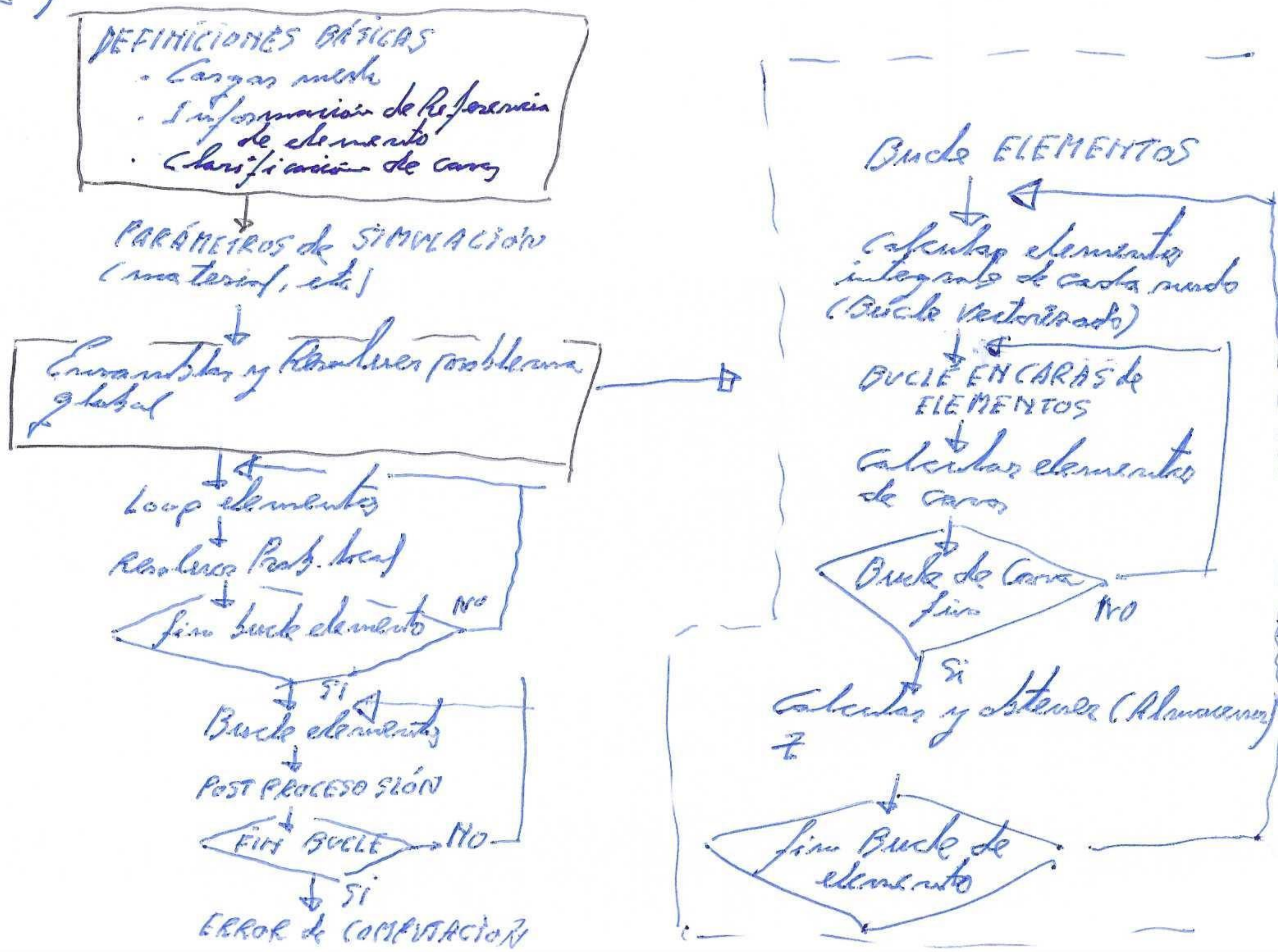
e → Número de elementos

Local [e. Nuev
Local
$\left[(n+7)\times(7+7)\right]$ ne → Matriz de Rigidez

Global

nel $\left[(\hat{n}+\hat{n})\times(n+7)\right]$

(e)



E2

(a) θ - method $\theta = \frac{1}{2}$ CRANK NICHOLSON

$$\frac{\Delta u}{\Delta t} + \theta (a \nabla) \Delta u = \theta s^{(n+1)} + (1-\theta) \cdot s^{n} - a \nabla u^{n}$$

$$\frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{1}{2} (a \nabla) \Delta u = \frac{1}{2} \cdot s^{(n+1)} + \left(1-\frac{1}{2}\right) \cdot s^{n} - a \nabla u^{n}$$

(b) Consiste en encontrar p, v / se cumplan condiciones de contorno y

$$a(w, v) + c(w, v, v) - b(w, p) = (w, f)$$

$$b(v, q) = 0$$

$$a(w, v) = \int_{\Omega} (\nabla w) : (\nu \nabla v) \, d\Omega$$

$$(w, f) = \int_{\Omega} w \cdot f \, (\Omega)$$

$$b(v, q) = \int_{\Omega} q \, \nabla \cdot v \, d\Omega$$

$$c(w, v, a) = \int_{\Omega} w \cdot (a \cdot \nabla) v \, d\Omega$$

lo que nos lleva a un sistema de ecuaciones no lineales

$$\begin{pmatrix} K + C(V) & G^T \\ G & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f \\ 0 \end{pmatrix}$$

(c) De entre los métodos se puede elegir - [Piccard / Newton-Raphson

Elijo Piccard → Es un método iterativo

se aplica a sistemas tipo $A(x) \cdot x = b(x)$

- Se parte de un valor inicial
- Obtiene aproximaciones x^{k+1}, hasta la convergencia

$$A(x^k) \cdot x^{(k+1)} = b(x^k)$$ → Sistema lineal que se resuelve en cada iteración

(c) Para el caso de ~~Newton~~ Navier-Stokes

$$\begin{pmatrix} K+C(v^k) & G^T \\ G & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v^{k+1} \\ p^{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$K \rightsquigarrow \int_\Omega [\text{grad } N]^T [\text{grad } N] \cdot d\Omega$$

$$G \rightsquigarrow -\int_\Omega N^T I \cdot d\Omega$$

$$f \rightsquigarrow \int_\Omega N^T f \cdot d\Omega$$

(e) Caso Re=100

tol = 0'5.10^{-8}

Para el error asignado ambos métodos se comportan de la forma correcta

Piccard converge a las 5 iteraciones aprox.

y Piccard a las 13 aprox.

Caso Re = 1000

Para el error 0'5.10^{-8}

Piccard converge con el número previsto de iteraciones

Newton no llega al error que se pide